Потапова Е.В.
(УГЛТУ, г. Екатеринбург, РФ) potapova1964@bk.ru

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ ВЕРОЯТНОСТИ ПРОЯВЛЕНИЯ НЕГАТИВНЫХ СОБЫТИЙ В ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Неоднозначность исхода при сохранении основных условий процесса наблюдается для широкого круга явлений, при исследовании которых чаще всего имеют дело не с явлениями окружающего мира непосредственно, а с их математическими моделями, в которых должны быть правильно переданы существенные стороны изучаемого явления.

MATHEMATICAL APPROACH TO THE ASSESSMENT OF THE PROBABILITY OF NEGATIVE EVENTS IN THE ENVIRONMENT

The ambiguity of the outcome, while maintaining the basic conditions of the process is observed for a wide range of phenomena in the study are most likely not have to deal with the phenomena of the world directly, and their mathematical models, which should be properly transferred to the essential aspects of the phenomenon.

Неоднозначность исхода при сохранении основных условий процесса наблюдается для широкого круга явлений, при исследовании которых чаще всего имеют дело не с явлениями окружающего мира непосредственно, а с их математическими моделями, в которых должны быть правильно переданы существенные стороны изучаемого явления. При описании исследуемого явления необходимо формализовать эти описания, формируя вероятностное пространство (рисунок 1), включающее в себя пространство элементарных событий, класс событий или множество событий, и определенная на этом множестве вероятность.

Пространство элементарных событий – совокупность всех возможных неблагоприятных событий, способных нанести некоторую степень ущерба исследуемому объекту и когда-либо оказывающих негативное воздействие на этот объект. При рассмотрении процесса нанесения ущерба лесным экосистемам совокупность всех неблагоприятных событий делится на техногенные воздействия: выбросы в атмосферу воздуха, сбросы сточных вод, загрязнение почвы и рубка леса; и природные катастрофы: пожары, ветровалы, повреждение лесов насекомыми-вредителями.

Определяя множество (класс) событий, необходимо учитывать – какого типа случайные величины рассматриваются в данном вероятностном пространстве: дискретная случайная величина или непрерывная случайная величина. Основываясь на понятии дискретного множества (счетное множество) и дискретной случайной величины, представим множество неблагоприятных событий как дискретное множество, элементами которого являются различные негативные явления, проявляющиеся в некотором единичном интервале времени. Размер ущерба, наносимый исследуемому объекту, представляет собой непрерывную случайную величину, принимающую любое значение в одном или большем числе интервалов времени. Множество ущербов, наносимых объекту исследуемым негативным явлением, представляем как непрерывное множество случайных величин. Каждой случайной величине соответствует некоторое распределение, описывающее вероятностное поведение рассматриваемой системы. Распределение задает вес каждого значения случайной величины на основании вероятностного содержания множества событий.

Выбор распределения должен базироваться на понимании механизма изучаемого явления, т.к. неудачный выбор распределения, сделанный без достаточно глубокого понимания изучаемого явления, может привести к очень большим ошибкам.

Алгоритм выбора распределения случайной величины:

- используя методы математической статистики, по результатам наблюдений необходимо найти модель, приемлемую для описания этих наблюдений и оценки ее параметров;
- на основе принятой статистической модели рассматриваются вероятности проявления различных событий, что можно использовать для прогнозирования характеристик системы.

Обычно распределение определяется одной или большим числом постоянных, называемых параметрами, которые характеризуют центр распределения, масштаб и форму кривой распределения. Параметры распределения необходимо определять на основе имеющихся экспериментальных данных.

Наиболее известной характеристикой центра распределения является математическое ожидание, часто называемое арифметическим средним, вычисляемое следующим образом:

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i / n,$$

где μ – математическое ожидание;

x_i – значения результатов наблюдений;

n – число наблюдений.

Кроме центра распределения необходимо описать рассеяние, симметрию и островершинность распределения, которые играют важную роль при подборе распределений.

Показатель рассеивания называют дисперсией D. Среднее квадратическое отклонение σ оценивает дисперсию $D = \sigma^2$:

$$\sigma = (n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2)^{½} / n\,(n-1),$$

где D –дисперсия;

σ^2 - среднее квадратическое отклонение.

Для нахождения третьего параметра, описывающего симметрию распределения b_1, целесообразно использовать выражение:

$$b_1 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^3 / n,$$

где b_1 – параметр симметрии распределения.

Параметр островершинности b_2, называемый эксцессом, определяется по формуле:

$$b_1 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^4 / n,$$

где b_2 – параметр островершинности распределения.

На рисунке 2 показаны области в плоскости (b_1, b_2) для различных распределений. Путем нахождения выборочных оценок b_1 и b_2 и нанесения этой точки на данный рисунок, анализируется, достаточно ли близко от точки, кривой или области, соответствующей одной из моделей, лежит эта точка. Если эта точка лежит близко к области одной из моделей, то это распределение может быть использовано для описания исследуемого процесса. После выбора распределения можно приступить к нахождению числовых характеристик этого распределения.

Вероятность того, что ожидаемый результат случайной величины X будет находиться в допустимых пределах (X^*; X^{**}) , определяется из формулы:

$$P(X^* < X < X^{**}) = \int_{x^*}^{x^{**}} f(x)\,dx,$$

где $P(X^* < X < X^{**})$ – функция вероятности,

X^* - левая граница ожидаемого результата,

X^{**} - правая граница ожидаемого результата.

Полученную таким образом вероятность можно назвать вероятностью достижения ожидаемого результата (ожидаемого ущерба). Вероятность попадания случайной величины X за пределы допустимых границ (X^*; X^{**}) оценивает неопределенность результата (неожидаемый ущерб) и определяется формулой:

$$P(X) = 1 - P(X^* < X < X^{**}).$$

Графический анализ функциональной зависимости вероятности проявления ущерба и величины ущерба показан на рисунке 3.

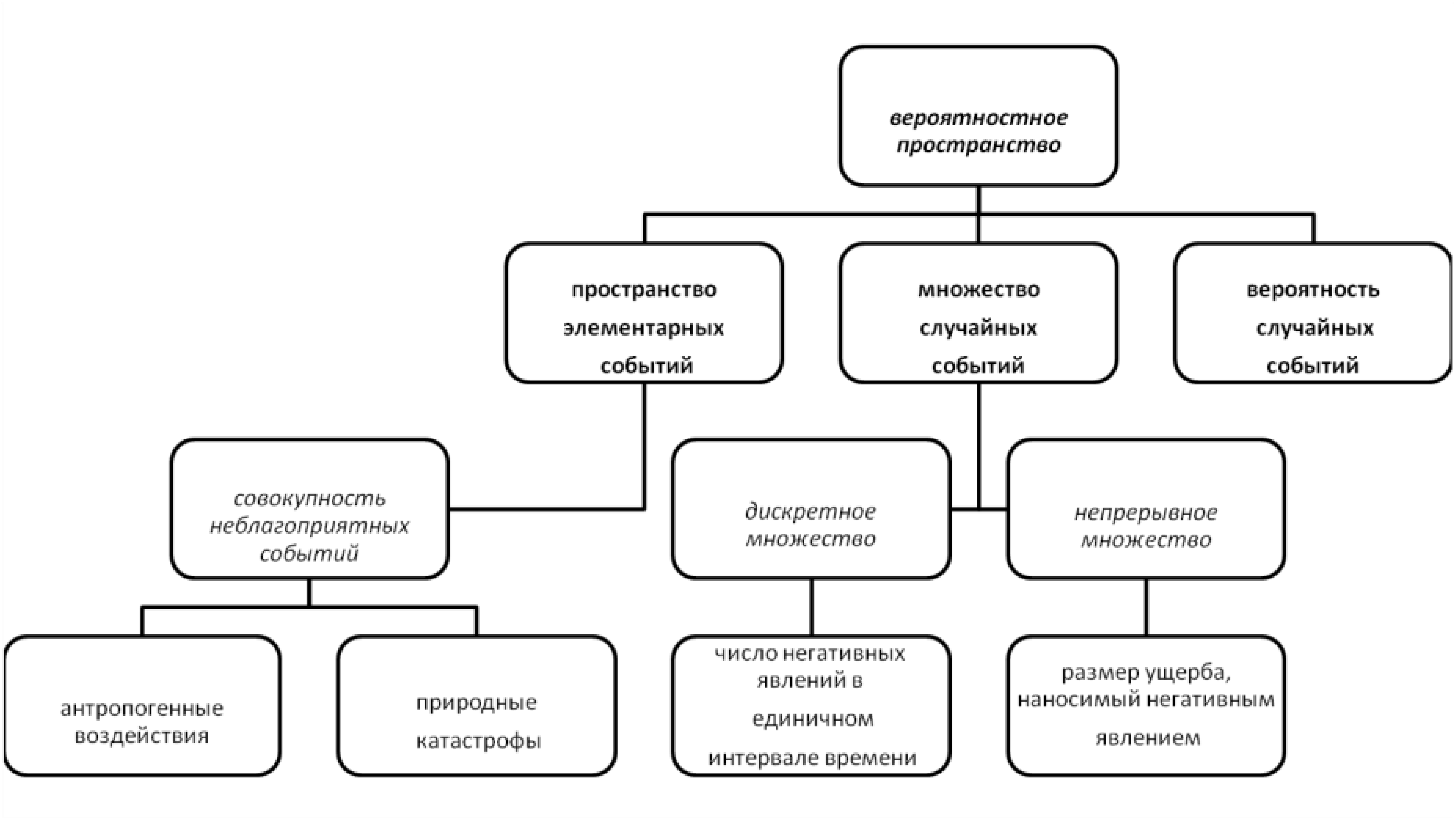

Рисунок 1 - Схема вероятностного пространства

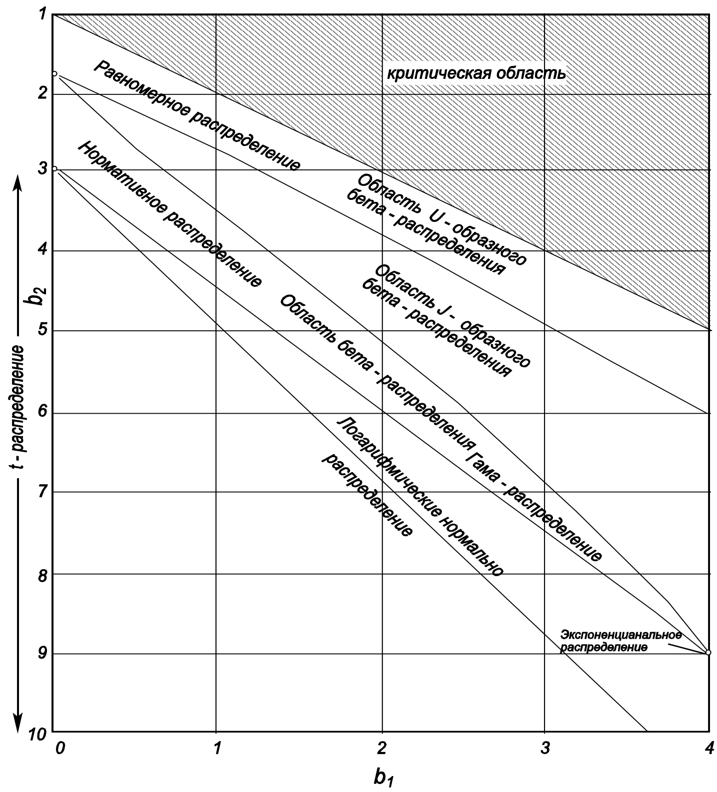

Рисунок 2 - Подбор распределения

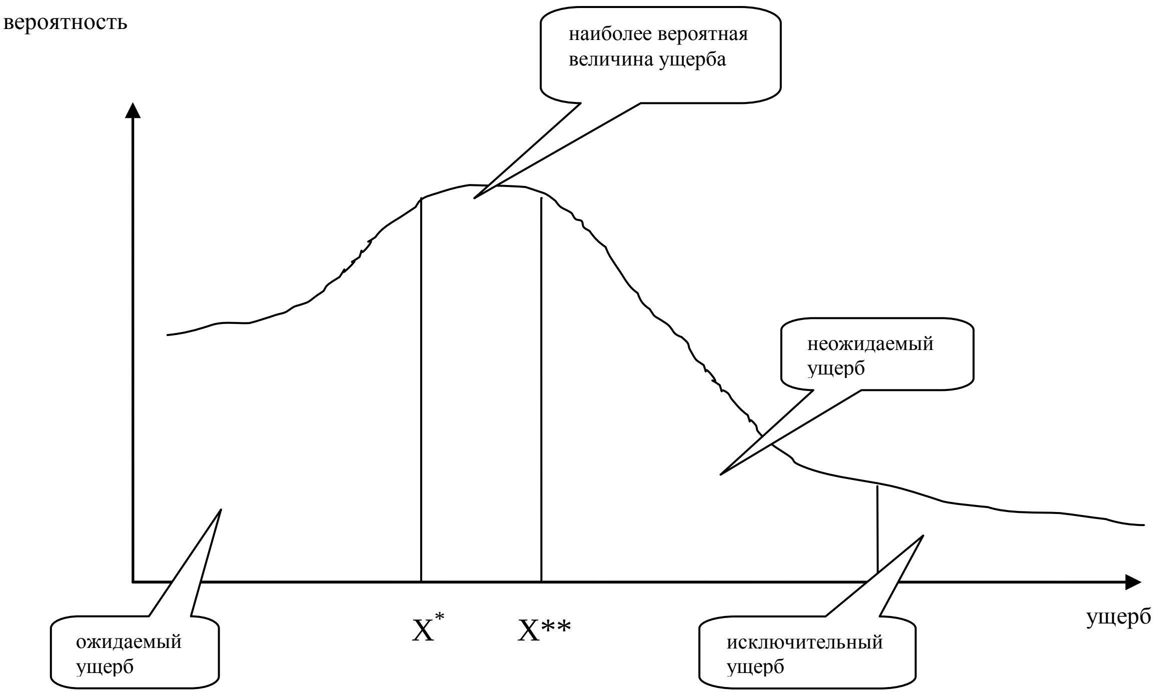

Рисунок 3 – Вероятность проявления ущерба

Библиографический список

1. Балацкий О.Ф. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона. – М.: Наука, 2001.
2. Кремер Г. Математические методы статистики. - Москва: Мир, 1975.
3. Поздняков В.А. Экономика природопользования. - Москва: МПСИ, 2003.