

Л.Т. Раевская

(ФГБОУ ВПО УГЛТУ, г. Екатеринбург, РФ) ltrvsk@yandex.ru

РАСЧЕТ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ СПЕЦИАЛЬНОГО ГУСЕНИЧНОГО ДВИЖИТЕЛЯ

CALCULATION OF THE SPECIAL CATERPILLAR ENGINE KINETIC ENERGY

Для исследования переходных процессов в механических системах, прежде всего, необходимо получить дифференциальные уравнения, описывающие исследуемые перемещения. При разгрузке-погрузке, при любом изменении направления движения, при начале движения, торможении, могут возникать большие динамические нагрузки, превышающие статические. Необходимость в анализе переходных процессов возникает в связи с тем, что производительность машин определяется кроме всего прочего временем протекания переходных процессов [1].

В настоящей работе рассматривается процесс начала движения специального гусеничного движителя (рис. 1), особенность устройства которого рассматривалась нами ранее [2]. На рис.1 изображен движитель с вновь вводимым узлом - ведущей звёздочкой (3), расположенная примерно под серединой верхней ветви гусеницы, и натяжной звёздочкой (2), размещённой над гусеницей впереди ведущей звёздочки. Кроме того, на рисунке 1 показаны: направляющий каток 1, заднее колесо 4, опорные катки 5-8. M_1 , M_2 , M_3 – моменты, приложенные к соответствующим звеньям. Пробуксовка и скольжение отсутствуют. В момент начала движения появляется ускорение. Для системы, показанной на рис. 1 ограничимся двумя степенями свободы.

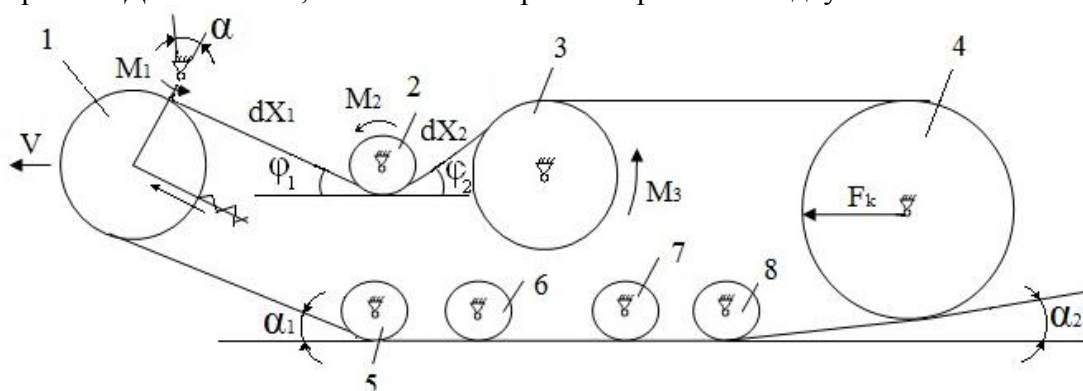


Рис. 1. Схематическое изображение движителя

Для составления дифференциальных уравнений, описывающих динамический процесс проще всего записать уравнения Лагранжа 2 рода. Важным шагом в этом направлении является вычисление кинетической энергии механизма, которая зависит от абсолютных скоростей центров масс. Правильный расчет кинетической энергии движителя и получение соотношений для ускорений составляет цель настоящей работы. Этот расчет необходим для дальнейших исследований переходных процессов в подъемно-транспортных машинах. В связи с тем, что все силы и моменты учесть невозможно, в работе приняты следующие допущения:

- трактор движется без буксования и скольжения;
- опорные катки катятся по гусенице без пробуксовки;
- трактор движется прямолинейно;
- вертикальные перемещения опорных катков не учитываются;

- потери на проскальзывание звеньев на ведущем колесе, при ударе звеньев о зубья звёздочки, на трение качения направляющих колёс, опорных и поддерживающих катков составляют не более 5% от общих внутренних потерь и в практических расчётах не учитываются.

Поскольку угол между задней ветвью гусеницы и дорогой α_2 мал (α_2 принят равным 7 градусам для этого типа движителя), то касательную силу тяги можно считать одинаковой на ведущем звене и на опорной поверхности гусениц.

Кинетическая энергия всего движителя $E_{дв}$ определяется как кинетическая энергия гусеницы и всех колес и звездочек.

$$E_{дв} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + 4E_{5-8} + E_7$$

где E_1 - кинетическая энергия направляющего колеса, E_2 - кинетическая энергия верхней звёздочки; E_3 - кинетическая энергия ведущей звёздочки; E_4 - кинетическая энергия заднего колеса; E_{5-8} - кинетическая энергия опорных катков; E_7 - кинетическая энергия гусеницы.

Запишем кинетическую энергию отдельных участков гусеницы.

1. Левая прямолинейная часть нижней ветви гусеницы, наклоненная к оси x под углом α_1 . Этот участок совершает два поступательных движения (рис. 2,а). Скорости переносного V_e , и относительного движений V_r равны по модулю: $V_e = V_r = V$, тогда для скорости левого нижнего участка $V_{л}^н$ получим

$$V_{л}^н = \sqrt{V_e^2 + V_r^2 - 2V_e V_r \cos \alpha_1} = \sqrt{2V^2 - 2V^2 \cos \alpha_1} = V \sqrt{2(1 - \cos \alpha_1)}.$$

Следовательно для кинетической энергии этого участка получаем соотношение $E_{лн} = m_{лн} \cdot V^2(1 - \cos \alpha_1)$

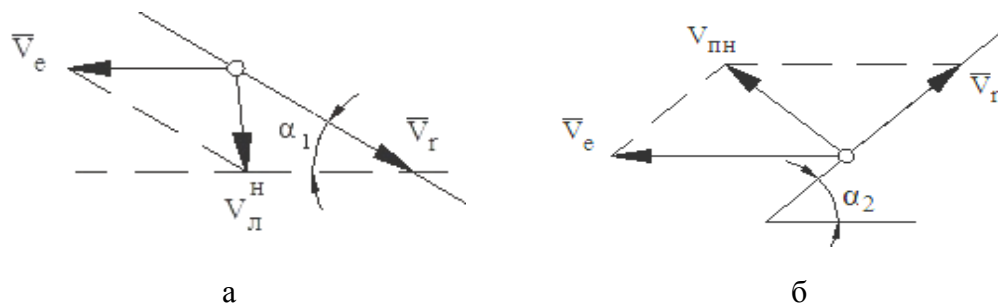


Рис.2. К расчету скоростей левого (а) и правого (б) нижних участков гусеницы

2. Рабочая ветвь это та часть прямолинейного участка правой части нижней ветви, которая находится между опорным катком 8 и задним колесом 4 (рис.1). Аналогично предыдущему расчету получаем для скорости $V_{пн}$ (рис.2,б) и кинетической энергии $E_{пн}$

$$V_{пн}^2 = V_e^2 + V_r^2 - 2V_e V_r \cos \alpha_2 = 2V^2(1 - \cos \alpha_2), \quad E_{пн} = m_{пн} \cdot V^2(1 - \cos \alpha_2)$$

3. Дуговая ветвь. Участок гусеницы, находящийся в контакте с натяжной звездочкой 2 в данный момент времени участвует в 2-х движениях: переносном со скоростью центра колеса и относительном вращении вокруг центра колеса.

$$E_{r2} = \frac{m_{r2} \cdot V^2}{2} + \frac{I_{r2} \cdot V^2}{2 \cdot R_2^2} = \frac{V^2}{2} \left(m_{r2} + \frac{I_{r2}}{R_2^2} \right), \text{ где } m_{r2} - \text{ масса этого участка гусеницы,}$$

I_{r2} - момент инерции этого участка гусеницы относительно центра.

4. Свободная верхняя ветвь движется горизонтально между ведущей звездочкой 3 и задним колесом 4 с результирующей скоростью $\bar{V}_e = \bar{V}_e + \bar{V}_r$, $V_e = 2V$. Таким образом, кинетическая энергия получается в виде

$$E_b = \frac{m_{гв} \cdot (2V)^2}{2} = 2m_{гв} \cdot V^2$$

5. Наклонная верхняя часть гусеницы между ведущей звездочкой 3 и наружной звездочкой 2 участвует в 2-х поступательных движениях со скоростями переносной и относительной с углом между ними φ_2 (рис.3,а)

$$V_{\varphi_2}^2 = V_e^2 + V_r^2 + 2V_e V_r \cos \varphi_2, \quad V_{\varphi_2}^2 = 2V^2(1 + \cos \varphi_2)$$

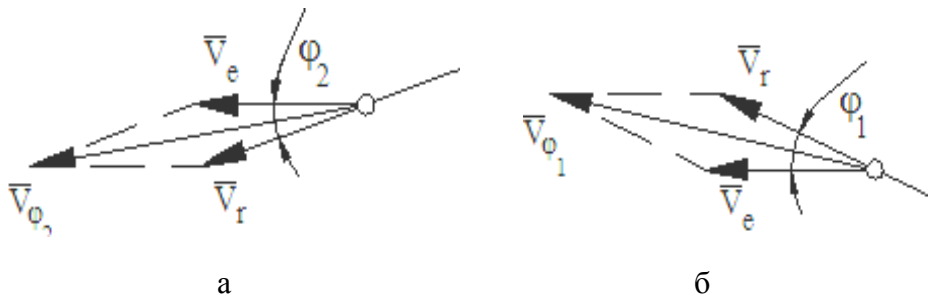


Рис.3. К расчету скоростей наклонных верхних участков гусеницы; а - участок между 2 и 3 звеньями, б - участок между 2 и 1 звеньями движителя

Кинетическая энергия этой части гусеницы будет: $E_{\varphi_2} = m_{\varphi_2} V^2(1 + \cos \varphi_2)$

6. Наклонная верхняя часть ветви гусеницы между наружной звездочкой 2 и направляющим колесом 1 участвует в 2-х поступательных движениях со скоростями переносной \bar{V}_e и относительной \bar{V}_r с углом между ними φ_1 (рис.3,б).

$V_{\varphi_1}^2 = V_e^2 + V_r^2 + 2V_e V_r \cos \varphi_1$, аналогично предыдущему расчету получим для кинетической энергии

$$E_{\varphi_1} = m_{\varphi_1} \cdot V^2(1 + \cos \varphi_1)$$

Рассмотрим движение отдельных деталей движителя. Натяжная звёздочка 2, ведущая звёздочка 3 и заднее колесо 4 имеют угловую скорость и поступательную V с остоном трактора. Опорные катки 5-8 вращаются вокруг своих осей и имеют угловую скорость и поступательную V вместе с остоном

7. Наружная звездочка 2

$$E_2 = \frac{m_2 V^2}{2} + \frac{I_2 \omega_2^2}{2} = \frac{V^2}{2} \left(m_2 + \frac{I_2}{R_2^2} \right), \quad \omega_2 = \frac{V}{R_2}$$

8. Ведущая звездочка 3

$$E_3 = \frac{m_3 V^2}{2} + \frac{I_3 \omega_3^2}{2} = \frac{V^2}{2} \left(m_3 + \frac{I_3}{R_3^2} \right), \quad \omega_3 = \frac{V}{R_3}$$

9. Заднее колесо 4

$$E_4 = \frac{m_4 V^2}{2} + \frac{I_4 \omega_4^2}{2} = \frac{V^2}{2} \left(m_4 + \frac{I_4}{R_4^2} \right), \quad \omega_4 = \frac{V}{R_4}$$

10. Опорный каток совершает плоское движение, которое можно рассмотреть как вращательное движение вокруг точки касания с неподвижной опорной ветвью гусеницы, или как сумму 2-х движений со скоростями переносной \bar{V}_e и относительной \bar{V}_r аналогично расчетам 8 – 10

$$E_i = \frac{m_i V^2}{2} + \frac{I_i \omega_i^2}{2} = \frac{V^2}{2} \left(m_i + \frac{I_i}{R_i^2} \right), \quad \omega_i = \frac{V}{R_i}, \quad E_5 + E_6 + E_7 + E_8 = 2V^2 \left(m_k + \frac{I_k}{R_k^2} \right),$$

где m_k - масса опорного катка, I_k - момент инерции опорного катка относительно центра масс

11. Направляющее колесо 1 участвует в движениях: поступательном, вместе с остовом со скоростью V , и вращательном, вокруг своего центра и оси кривошипа. Кроме того, колесо 1 имеет дополнительную степень свободы за счет вращения кривошипа ОС вокруг шарнира (рис. 4). Абсолютная скорость центра О зависит от направления вращения кривошипа. Возможны 2 варианта вращения кривошипа: по часовой стрелке (рис.4) и против часовой стрелки. Для варианта на рисунке 4 получаем:

$$V_0^2 = V^2 + V_{OC}^2 + 2V \cdot V_{OC} \cos \varphi, \quad V_{OC} = \omega_0 \cdot l, \quad V_0^2 = V^2 + \omega_0^2 l^2 + 2V \omega_0 l \cos \varphi$$

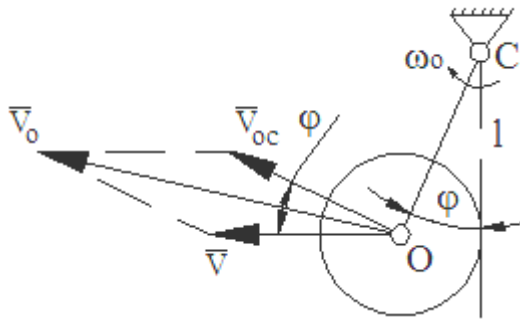


Рис.4. К расчету абсолютной скорости центра направляющего колеса 1. ОС- длина кривошипа l , ω_0 - угловая скорость кривошипа

При вращении против часовой стрелки скорость точки О получается в виде

$$V_0^2 = V^2 + \omega_0^2 l^2 - 2V \omega_0 l \cos \varphi.$$

Для кинетической энергии направляющего колеса 1 получаем

$$E_1 = \frac{m_1 (V^2 + \omega_0^2 l^2 \pm 2V \omega_0 l \cos \varphi)}{2} + \frac{I_1 V^2}{2R_1^2}.$$

E_{r1} - энергия того участка гусеницы который в данный момент находится в контакте с направляющим колесом 1. Этот участок гусеницы совершает 2 движения: относительное вращательное движение вокруг центра направляющего колеса 1 и переносное поступательное движение вместе с центром колеса. Скорость центра направляющего колеса 1 уже найдена и потому для кинетической энергии этого участка гусеницы получаем:

$$E_{r1} = \frac{m_{r1}(V^2 + \omega_0^2 l^2 \pm 2V\omega_0 l \cos\varphi)}{2} + \frac{I_{r1}V^2}{2R_1^2},$$

где m_{r1} - масса этого участка гусеницы, I_{r1} - момент инерции этого участка гусеница относительно центра колеса 1. Суммируя все энергии для идеальной модели движителя, кинетическую энергию можем записать в виде

$$E_{\partial v} = \frac{V^2}{2} \left(m_{r1} + \frac{I_{r1}}{R_1^2} + m_1 + \frac{I_1}{R_1^2} + 4m_k + 4\frac{I_k}{R_k^2} + m_4 + \frac{I_4}{R_4^2} + m_3 + \frac{I_3}{R_3^2} + m_2 + \frac{I_2}{R_2^2} + \right. \\ \left. 2m_{\varphi_1}(1 + \cos\varphi_1) + 2m_{\varphi_2}(1 + \cos\varphi_2) + 4m_{rв} + m_{r2} + \frac{I_{r2}}{R_2^2} + \right. \\ \left. 2m_{\alpha_1}(1 - \cos\alpha_2) + 2m_{\alpha_2}(1 - \cos\alpha_1) \right) + (1/2)(m_{r1} + m_1)(\omega_0^2 l^2 \pm 2V\omega_0 l \cos\varphi),$$

где коэффициент перед $\frac{V^2}{2}$ - приведенная масса. Определив обобщенные силы для каждой степени свободы, можно записать уравнения Лагранжа и получить дифференциальные уравнения движения, из которых определяются и кинематические характеристики, и силовые воздействия, что и является целью дальнейших исследований.

Библиографический список

1. Смехов А.А., Ерофеев Н.И. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами. М.: Машиностроение, 1975. 239 с.
2. Раевская Л.Т., Боровских А.М. Механико-математическая модель специального гусеничного движителя. Горный информационно-аналитический бюллетень №1, 2007. Издательство Московского государственного горного университета. Деп. № 536/01-07